**Проектная работа**

**Тема: «Решение тригонометрических уравнений»**

(Сдвоенный урок)

**Подобедова**

**Лидия**

**Константиновна**

**НПМ 1-2010**

***Тема:* Тригонометрические уравнения**

***(сдвоенный урок)***

**Цель занятий:** ***повторить, систематизировать материалы темы, усилить практическую направленность данной темы.***

***- развивать логическое мышление, способности, навыки решения уравнений;***

***- воспитывать целенаправленность и стремление доводить решение до конца.***

**Задачи. *Обобщить ранее изученный материал. Добиться того, чтобы учащиеся могли увидеть способ решения уравнений.***

**Оборудование: *классная доска, компьютер, презентация урока (слайды);***

**Тип урока: *комбинированный***

**Форма работы: *индивидуальная, фронтальная работа, парная.***

**Методы обучения:**

**-  *фронтальная работа при повторении ранее изученного материала и решение уравнений;***

***- творческая работа учащихся в парах с последующей проверкой***

***- проверочная самостоятельная работа.***

***Ход урока***

1. ***Организационный момент.***
2. ***Повторение изученного материала***

***Проверочная работа. Проверка этой работы по готовым ответам (слайд).***

***Критерии оценки проверочной работы (слайд).***

1. ***Теоретический материал***

***Виды тригонометрических уравнений (слайд).***

1. ***Устная фронтальная работа (слайд).***
2. ***Практическая часть урока.***

***Решение уравнений методами известными учащимся.***

***Проверка решений на слайдах.***

1. ***Итог урока (слайд).***
2. ***Домашнее задание:***

***- разноуровневая проверочная работа из сборника контрольных работ (А.И. Ершова, В.В. Голобородько)***

***стр. 34 --35)***

***Ответы решений проверочной работы будут показаны на следующем уроке.***

*Французский писатель Анатоль Франц (1844 – 1924) однажды заметил: «Учиться можно только весело. Чтобы переварить знания, надо поглощать их с аппетитом». Вот сегодня будем следовать этому совету писателя, будем активны, внимательны, будем поглощать знания с большим желанием.*

*Сегодня повторяем, обобщаем, приводим в систему изученные виды, типы и приёмы решения тригонометрических уравнений. Перед вами стоит задача – показать свои знания и умения по решению тригонометрических уравнений.*

 *Решение домашних упражнений, вызвавших затруднения*

**Проверочная работа**

(через копирку с самопроверкой)

 **Цель:** *контроль (самоконтроль) знаний и приведение в систему знания по простейшим тригонометрическим уравнениям.*

Вариант I

1. *Каково будет решение уравнения* ***cos x = a*** *при |a|1?*
2. *При каком значении* ***а*** *уравнение* ***cos x = a*** *имеет решение?*
3. *Какой формулой выражается это решение?*
4. *На какой оси откладывается значение* ***а*** *при решении уравнения* ***cos x = a****?*
5. *В каком промежутке находится* ***arсcos a****?*
6. *В каком промежутке находится значение* ***а****?*
7. *Каким будет решение уравнения* ***cos x= 1****?*
8. *Каким будет решение уравнения* ***cos x=- 1****?*
9. *Каким будет решение уравнения* ***cos x= 0****?*
10. *Чему равняется* ***arccos (-a)****?*
11. *В каком промежутке находится* ***arctg a****?*
12. *Какой формулой выражается решение уравнения* ***tg x=a****?*
13. *Чему равен* ***arctg(-a)****?*

Вариант II

1. *Каково будет решение уравнения* ***sin x = a*** *при |a|1?*
2. *При каком значении* ***а*** *уравнение* ***sin x = a*** *имеет решение?*
3. *Какой формулой выражается это решение?*
4. *На какой оси откладывается значение* ***а*** *при решении уравнения* ***sin x = a****?*
5. *В каком промежутке находится* ***arcsin a****?*
6. *В каком промежутке находится значение* ***а****?*
7. *Каким будет решение уравнения* ***sin x= 1****?*
8. *Каким будет решение уравнения* ***sin x= -1****?*
9. *Каким будет решение уравнения* ***sin x= 0****?*
10. *Чему равняется* ***arcsin (-a)****?*
11. *В каком промежутке находится* ***arcctg a****?*
12. *Какой формулой выражается решение уравнения* ***ctg x=a****?*
13. *Чему равен* ***arcctg(-a)****?*

***Ответы проверочной работы***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***№******п\п*** | ***Вариант I*** | ***Вариант II*** |
| ***1*** | ***Нет решения*** | ***Нет решения*** |
| ***2*** | ***|a|1*** | ***|a|1*** |
| ***3*** | ***X=arccos a + 2πn,***  | ***X=arcsin a + πn, n*** |
| ***4*** | ***На оси 0Х*** | ***На оси 0У*** |
| ***5*** | ***[0; ]*** |  |
| ***6*** | ***[-1;1]*** | ***[-1;1]*** |
| ***7*** | ***X=2πn, n*** | ***X= πn, n*** |
| ***8*** | ***X=2πn, n*** | ***X= πn, n*** |
| ***9*** | ***X= πn, n*** | ***X=2πn, n*** |
| ***10*** | ***π - arccos a*** | ***- arcsin*** |
| ***11*** |  | ***(0; )*** |
| ***12*** | ***X=arctg a + πn,***  | ***X=arctg a + πn,***  |
| ***13*** | ***-arctg a*** | ***π - arctg a*** |

***Критерии оценки проверочной работы***

*Отметка «5»- выполнены 13 заданий , « 4»- выполнено 10-12 заданий , « 3»- выполнено 7-9 заданий.*

***Вспомним***

***Виды тригонометрических уравнений***

***Простейшие тригонометрические уравнения.***

 ***Уравнения, приводимые к квадратным.***

***(алгебраические относительно одной из тригонометрических функций )***

***Однородные уравнения (и приводимые к ним).***

***(Решаются делением левой и правой частей уравнения на косинус или синус в степени равной степени уравнения.******Предварительно надо проверить, являютсяли значения Х , для которых cos x = o (sin x = 0 при делении на sinnx) решениями данного уравнения).***

***Уравнения, решаемые с помощью преобразований***

 ***(применяются различные тригонометрические формулы).***

***Уравнения, решаемые понижением их порядка.***

*«Увидел квадрат – понижай степень»*

***2 a 2a***

***Уравнения, решаемые с помощью разложения на множители***

***(Все члены перенести в левую часть, преобразовать по мере возможности, применить один или несколько способов разложения на множители.)***

***Уравнения вида Asinx + Bcosx = C***

***(Решаются с помощью универсальной тригонометрической подстановки).***

***x***

***Введением дополнительного аргумента).***

***a***

*При универсальной подстановке может произойти потеря решений, т. к.* ***D(sin), D(cos), D(td)*** *разные, поэтому лучше решать иначе. Метод вспомогательного аргумента состоит в преобразовании выражений:*

***a cos x + b sin x = (cos a cos x + sin a sin x) = cos (x-a)***

***a cos x+ b cos x = (sin β cos x + cos β sin x) = sin (x + β)***

***Уравнения, решаемые с помощью ограниченности функций у=sinx и у=cosx***

*Для успешного решения тригонометрических уравнений необходимо уверенное владение тригонометрическими формулами.*

 *Ещё раз хочу напомнить, что тригонометрические преобразования во многих случаях подчиняются трём «законам», которые формулируются в шутливой форме:*

*- «Увидел сумму - делай произведение» (это относится к формулам для преобразования суммы* ***sin α , cos α , tg α*** *в произведение).*

*- «Увидел произведение – делай сумму» (это относится к формулам для преобразования произведений* ***sin α sin β, cos α , tg α*** *в сумму).*

*- «Увидел квадрат – понижай степень»*

**Устно**

*Среди уравнений, данных на доске**, выбрать те, которые решаются:*

 *а) приведением к квадратному;*

 *б) как однородные;*

 *в) понижением порядка;*

*г) с помощью формул суммы и разности;*

 *д) с помощью универсальной подстановки;*

 *е) разложением на множители*

 *ж) с помощью ограниченности функций у=sinx и у=cosx*

***1) 2sin2x + cos2x = 5sin x cos x;***

***2) Sin2x + cos22x +sin23x = ;***

***3) Cos x sin 7x = cos 3x sin 5x;***

***4) Sin2x – 2sin x – 3 = 0;***

***5) 2cos x – sin x = 0;***

***6) ;***

***7) ;***

***8) 2x + 3sin2x + 2cos x = 0;***

***9) Cos2x + 3sin2x + 2sin x cos x = 3;***

***10) Sinx + sin9x = 2***

***11) Sin x + cos x = 1;***

***12 ) Sin4x = 3cos2x.***

**Ответы:**

*а) приведением к квадратному №4,8;*

 *б) как однородные №1,5,9;*

 *в) понижением порядка №2;*

*г) с помощью формул суммы и разности №6,7;*

 *д) с помощью универсальной подстановки №11;*

 *е) разложением на множители №12;*

 *ж) с помощью ограниченности функций у=sinx и у=cosx №10.*

***Справочный материал для учащихся***

*(лежит на парте)*

***Решение простейших тригонометрических уравнений***

*Частные случаи:*

***Sin x = 1, x =где n;***

 ***Sin x = - 1, x = где n;***

 ***Sin x = 0, x =где n;***

 ***Cos x = 1, x =где n;***

 ***Cos x = - 1, x =где n;***

***Cos x = 0, x = где n.***

*Общие формулы для решения простейших тригонометрических уравнений:*

***Sin x= a, x =(-1)n arcsin a +, n |a|***

 ***Cos x= a, x = ± arccos a +, n |a|***

 ***tg x= a, x = arctg a +, n a***

 ***Ctg x= a, x = arcctg a +, n a***

*Следует помнить, что:*

***arcsin (-a) = - arcsin a;***

***arcos(-a) = π – arcos a;***

***arctg (-a) = - arctg a;***

***arcctg (-a) = π – arctg a***

*и другие тригонометрические формулы.*

***Практическая часть урока***

***Решение уравнений***

***1 ) Решить уравнение***

***Cos(3x -) = 1***

*Решение*

***3х - = 2πn, nZ***

***3x = +2πn, n Z***

***х = + , n Z***

***Ответ: х = + , n Z***

***2) Решить уравнение***

***3sinx – 2cos2x = 0***

*(уравнение приводимое к квадратному)*

*Решение*

***3sinx – 2cos2x = 0***

***3sinx – 2(1-cos2x) = 0***

***2sin2x + 3sinx - 2 = 0***

***t = sinx. |t|***

***2t2 + 3t – 2 = 0***

***t1 = , t2= -2 не принадлежит***

***Sin х =***

***x = (-1)n  + πn, n Z***

***Ответ: x = (-1)n + πn, n Z***

***3) Решить уравнение***

***а) Sin2x – 5sinx cosx + 6cos2x = 0***

*(однородное уравнение).*

*Решение.*

 ***Sin2x – 5sinx cosx + 6cos2x = 0***

 ***Делим обе части уравнения на cos2x***

***tg2x – 5tgx + 6 = 0***

***tgx = t***

***t2 – 5t + 6=0***

***t1 = 3 t2 = 2***

|  |  |
| --- | --- |
|  |  ***tgx = 3*** ***tgx = 2*** |

***x= arctg3 + πk, k Z***

***x= arctg2 + πn, n Z***

***Ответ: x = arctg3 + πk, х = arctg2 + πn, n, k Z***

***б) 2sin2x + cos2x + 3sinxcosx = 3***

***Преобразуем это уравнение к однородному уравнению***

***2sin2x + cos2x + 3sinxcosx = 3(sin2x + cos2x)***

***2sin2x + cos2x + 3sinxcosx = 3sin2x + 3cos2x***

***tg2x – 3tgx + 2 = 0***

|  |  |
| --- | --- |
|  | ***tgx = 2******tgx = 1*** |
|  |

***x= arctg2 + πn, n Z***

***x= + πk, k Z***

***Ответ: x= arctg2 + πn, x= = + πk, k, n Z***

***4) Решить уравнение***

*(решается понижением порядка)*

*Решение*

***Cos2x + cos2x =***

***т.к. Cos2x = то***

***cos2x + =***

***2cos2x + 1 + cos2x =***

***3cos2x =***

***Cos2x =***

***2x= +2πk***

***x = , k Z***

***Ответ: x = , k Z***

***5) Уравнения, решаемые с помощью преобразований***

*(применяются различные тригонометрические формулы)*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Cos2x + sin2x = 1******Tgx =*** ***Ctgx =*** ***Tgx cotx = 1******1 + tg2x =*** ***1 + tg2x =***  | ***Sin2x = 2sinx cosx******Cos2x = cos2x – sin2x=1-2sin2x=2cos2x-1******Tg2x =*** ***sinxcosy=2sincos******cosx+cosy=2coscos******cosx-cosy=-2sinsi*** |

***6) Решить уравнение Sin2x = sin4x***

*(преобразованием разности в произведение)*

*Решение*

***Sin2x = sin4x***

***Sin2x - sin4x = 0***

***-cos3x sinx = 0***

|  |  |
| --- | --- |
|  | ***Cos3x = 0 ,******Sinx = 0*** |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  ***+ πn, , n Z******x= πk, k Z*** |
|  |

***Ответ: , n Z***

 ***x= πk, k*** *Z*

***7) Решить уравнение Sin5x cos3x = sin6x cos2x***

*(преобразование произведения тригонометрических функций в сумму)*

*Решение*

***Sin5x cos3x = sin6x cos2x***

***(sin8x + sin2x) =(sin8x + sin4x)***

***Sin2x – sin4x = 0***

***-2sinx cos3x = 0***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Sinx =0******Cos3x = 0*** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***x= πn, n Z*** ***, k Z*** |  |

***Ответ: x= πn, n Z***

 ***, k Z***

***8) Решить уравнение Sin4x = 3cos2x***

*( решается с помощью разложения на множители)*

*Решение*

***Sin4x = 3cos2x***

***2sin2x cosx – 3cos2x = 0***

***Cos2x (2sin2x – 3) = 0***

|  |  |
| --- | --- |
|  | ***Cos2x = 0,******2sin2x – 3 = 0*** |

***Второе уравнение не имеет решений***

***Из (1) , k Z***

***Ответ: , k Z***

***9) Решить уравнение Asinx + Dcosx = С***

*(уравнение вида Asinx + Dcosx = С)*

*Решение*

|  |  |
| --- | --- |
| ***3sinx – 4cosx =*** ***sinx -cosx =*** ***Cosαsinx – sinαcosx =*** ***Sin(x – α) =*** ***(x – α) =(-1)narcsin + πn, n******x – α =(-1)n + πn******x = arcsin + (-1)n +***  |  ***= = 5******α, что cosα =***  ***Sinα =*** ***α = arccоs*** ***α = arcsin***  |

***Ответ: x = arcsin + (-1)n + n***

***10) Решить уравнение sinx + cosx = -1***

*(воспользуемся универсальной подстановкой)*

*Решение*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***2tg*** | ***+*** | ***1- tg*** | ***= -1*** |  |  |  |  |
| ***1+tg2*** | ***1 + tg***  |  |  |  |  |

 ***+ πk, k***

 ***π + 2πk, k***

 ***+ = -1***

 ***= 0***

 ***= 0***

***t = -1***

***tg = -1***

 ***= - + πn, n z***

***X = - + 2πn, n z***

***Представим в исходное уравнение x = π + 2πk, k z, убеждаемся, что они являются его решениями***

***Ответ: x = - +πn, n z***

***11) Решить уравнение ( ограниченность функции )***

*Решение*

***., поэтому***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***,*** |  |

**, *n z***

**, *k z***

***Ответ: , k z***

***Разноуровневая домашняя проверочная работа из сборника контрольных работ ( В.В. Голобородько стр. 34-35):***

***Вариант А1 Вариант А2***

***Решите уравнения***

***1) 2 ; 1) cos x = 1***

***2) 2) sin x + cos x = 0***

***3) 2sin2x + 3cos x = 0 3)2cos2 x – sin x = -1***

***4) = 0 4) =0***

***Вариант Б1 Вариант Б2***

***1) = 0 1) =0***

***2) sin 3x - cos 3x = -1 2) cos 2x + sin 2x = 1***

***3)sin2x - 2- 5cos 2x = 0 3) cos 2x +- 3 sin2x = 0***

***Ответы.***

***А1 А2***

***1) (-1)n + πn, nZ 1) + 2πn, nZ***

***2) + πn, nZ 2) - + πn, nZ***

***3) + 2 πn 3)+ 2 πn, nZ***

***4) πn , nZ 4) + πn, nZ***

***Б1 Б2***

***1) πn , nZ 1) + πn, nZ***

***2) - +  , nZ 2) + πn, nZ***

***3)******arctg5 + πn; + π k; 3) –arctg3 + πn; + π k;***

***Оценка «3» - 2- задания***

***Оценка «4» - 3 задания***

***Оценка «5» - 4 заданий***

***Итог урока***

*При решении тригонометрических уравнений следует соблюдать общие правила:*

*-Следить за равносильностью преобразований*

*-Не допускать потери корней*

*-Отбрасывать посторонние корни*

*-Внимательно относится к применяемым формулам*

*Чтобы решать тригонометрические уравнения, надо:*

*-Или попытаться сделать у функций, входящих в уравнение, «одинаковые углы»*

*-Или привести к одинаковым функциям*

*-Или разложить левую часть на множители.*